

# 3<sup>rd</sup> Cheetah Geometry Challenge سومین چالش هندسه چیتا

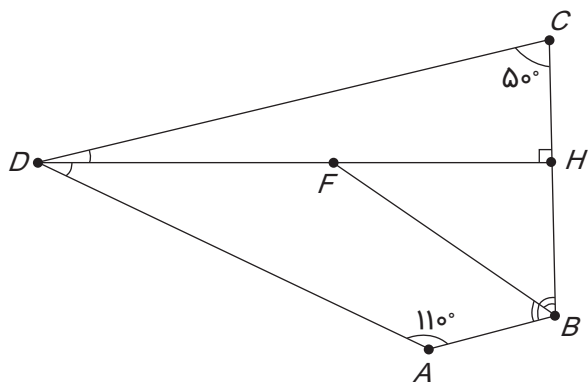
• هیچ یک از شکل‌ها دقیق رسم نشده‌اند و برای حل سؤال، قابل استناد نیستند.



برای دانش‌آموزان پایه دوازدهم

مدت زمان پاسخگویی به سؤالات ۱۵۰ دقیقه است.

۱ در چهارضلعی  $ABCD$ ،  $BF$  و  $DH$  به ترتیب نیمساز زاویه‌های  $B$  و  $D$  هستند. می‌دانیم  $DH \perp BC$  و  $BH=6$ . طول  $BF$  چقدر است؟



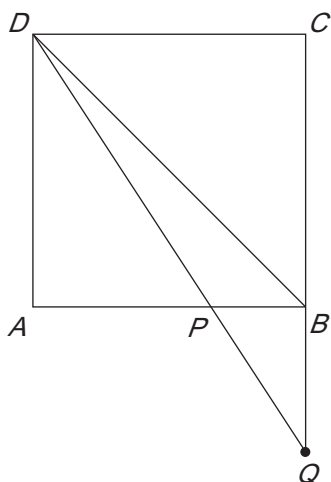
۷ (۱)

۸ (۲)

۹ (۳)

۱۰ (۴)

۱۲ (۵)



۲ در مربع  $ABCD$  داریم  $BD = 6\sqrt{2}$ . اگر مساحت مثلث  $BDP$  برابر با  $\frac{1}{6}$  مساحت مربع  $ABCD$  باشد، طول  $PQ$  چقدر است؟

$2\sqrt{13}$  (۲)

$4\sqrt{2}$  (۱)

$3\sqrt{3}$  (۴)

$\sqrt{13}$  (۳)

$3\sqrt{2}$  (۵)

۳ در شکل زیر،  $BE=ED$  و  $AH=HC$  است. همچنین  $\widehat{BAC} = 90^\circ + \widehat{ACB}$  و  $DH \perp AC$  بر  $AC$  عمود است. اگر  $AB=16$  و  $CD=12$  باشد، طول  $AE$  چقدر است؟

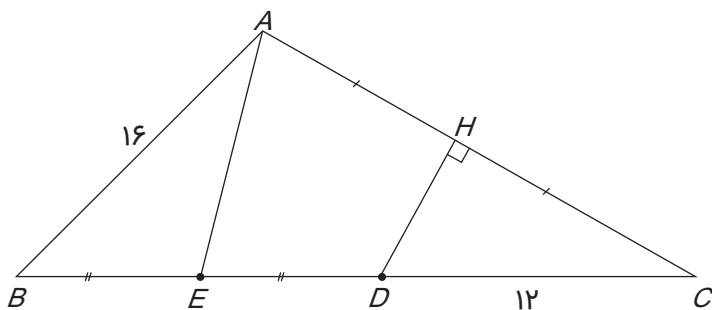
۱۰ (۱)

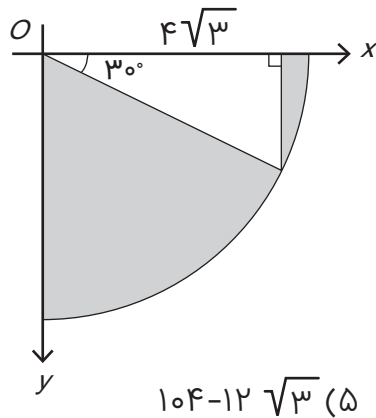
۹ (۲)

۸ (۳)

۷ (۴)

۶ (۵)





۴ ربع دایره‌ای به مرکز  $O$  و به شعاع  $4\sqrt{3}$  رسم شده است. ناحیه سایه‌دار را حول محور افقی،  $360^\circ$  دوران می‌دهیم. اگر حجم ناحیه حاصل از دوران به صورت  $K\pi$  باشد، مقدار  $K$  چقدر است؟

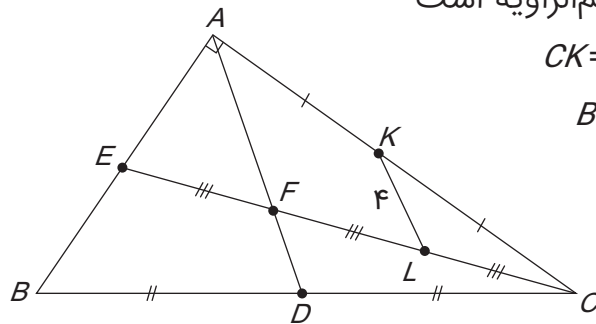
- (۱)  $128\sqrt{3} - 24$  (۲)  $100\sqrt{3} - 12$   
 (۳)  $100 - 12\sqrt{3}$  (۴)  $144 - 6\sqrt{3}$  (۵)  $104 - 12\sqrt{3}$

۵ در شکل روبه‌رو، مثلث  $ABC$  قائم‌الزاویه است

$(\widehat{BAC} = 90^\circ)$  داریم  $CK = KA, BD = CD$

و  $CL = LF = FE$  اگر  $KL = 4$ ، طول  $BC$

چقدر است؟

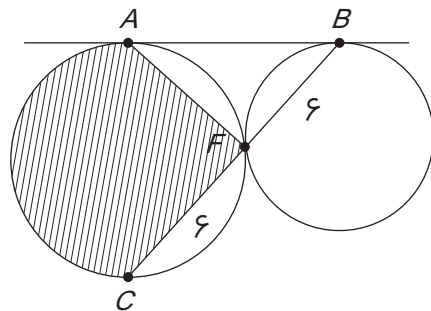


- (۱) ۱۸ (۲) ۲۰  
 (۳) ۲۲ (۴) ۲۴ (۵) ۲۶

۶ در شکل زیر، دو دایره در نقطه  $F$  مماس شده‌اند و  $AB$  مماس مشترک

آن‌هاست. اگر  $BF = CF = 6$  باشد، مساحت

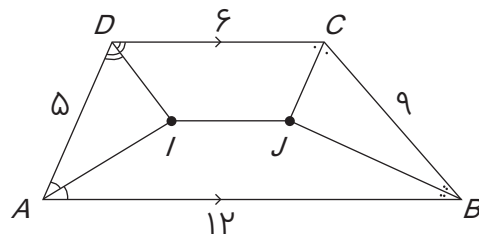
ناحیه هاشورخورده چقدر است؟



- (۱)  $18 + 9\pi$  (۲)  $12 + 9\pi$   
 (۳)  $9 + 9\pi$  (۴)  $12 + 6\pi$  (۵)  $6 + 6\pi$

۷ در ذوزنقه  $ABCD$  می‌دانیم  $AB \parallel CD$  است. نیمسازهای زوایای  $A$  و  $D$  در  $I$  و

نیمسازهای زوایای  $B$  و  $C$  در  $J$  متقاطع‌اند. طول  $IJ$  چقدر است؟

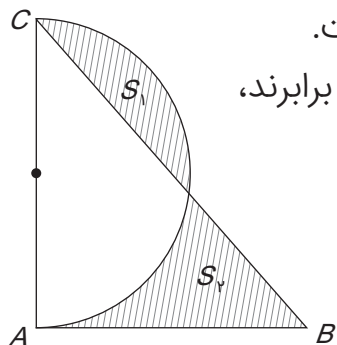


- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲) ۲  
 (۳)  $\frac{5}{2}$  (۴) ۳ (۵)  $\frac{7}{2}$

۸ نقطه‌های  $A, B$  و  $C$  سه رأس متوالی یک ۹ضلعی منتظم با دایره محیطی  $W$ ، به مرکز  $O$  هستند.  $M$  وسط کمان کوچک‌تر  $AB$  در  $W$  است،  $P$  وسط شعاع  $OM$  است و  $N$  وسط پاره خط  $BC$ . اگر خط‌های  $OC$  و  $PN$  در نقطه  $Q$  متقاطع باشند، مقدار زاویه  $NQC$  چقدر است؟

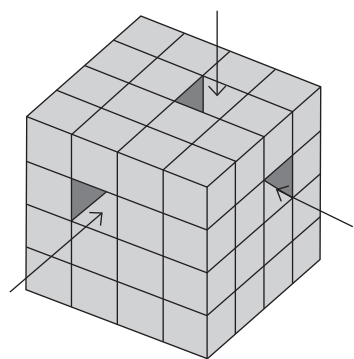
- (۱)  $10^\circ$       (۲)  $15^\circ$       (۳)  $30^\circ$       (۴)  $45^\circ$       (۵)  $60^\circ$

۹  $AB$  بر نیم‌دایره واحد به مرکز  $O$  مماس شده است. اگر بدانیم مساحت دو ناحیه هاشورخورده  $S_1$  و  $S_2$  برابرند، طول  $AB$  چقدر است؟



- (۱)  $\pi$       (۲) ۲      (۳)  $\frac{\pi}{2}$   
(۴)  $\frac{2}{5}$       (۵) ۳

۱۰ مطابق شکل، در یک مکعب  $4 \times 4 \times 4$  سه تونل به طول ۴ ایجاد کرده‌ایم. کدامیک از شکل‌های زیر، مشابه حفره ایجاد شده با این سه تونل است؟ (شکل‌ها را می‌توان چرخاند.)



- (۱) (۲) (۳) (۴) (۵)



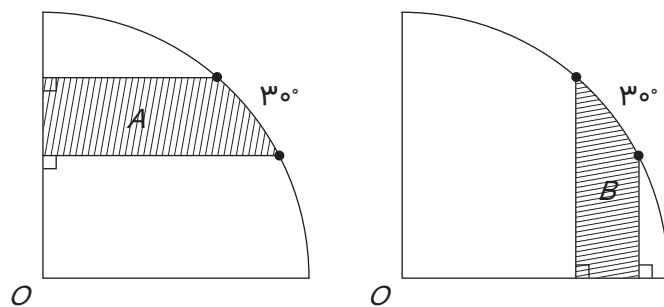
۱۱ پاره خط  $EF$  با اضلاع  $AB$  و  $CD$  از چهارضلعی  $ABCD$  برخورد می‌کند و آن را به دو چهارضلعی محاطی با مساحت‌های برابر تقسیم می‌کند. اگر  $BC=1$  و  $AD=7$ ، طول پاره خط  $EF$  چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵) ۶

۱۲ در مثلث  $ABC$ ، نیمساز زاویه  $C$  در نقطه  $D$  با  $AB$  برخورد می‌کند. می‌دانیم  $BAC=2ABC$ ،  $AC=11$  و  $AD=2$ . طول ضلع  $BC$  چقدر است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۱۳ (۴) ۱۵ (۵) ۲۰

۱۳ کمانی  $30^\circ$  را روی ربع دایره‌ای به شعاع واحد انتخاب کرده‌ایم و مطابق شکل‌های زیر، ناحیه‌های  $A$  و  $B$  را درست کرده‌ایم. مجموع مساحت‌های این دو ناحیه چقدر است؟



- (۱)  $\frac{\pi}{2}$   
 (۲)  $\frac{\pi}{3}$   
 (۳)  $\frac{\pi}{6}$   
 (۴)  $\pi$

(۵) جواب یکتا نیست.

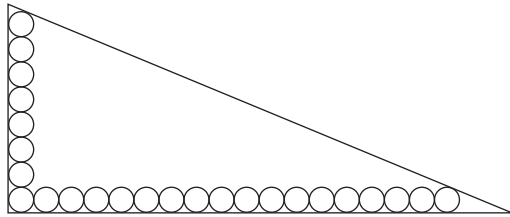
۱۴ نقطه  $K$  درون مربع  $ABCD$  قرار دارد به طوری که  $AK=1$ ،  $BK=\sqrt{5}$  و  $\widehat{AKD}=90^\circ$ . طول  $DK$  چقدر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)  $\frac{3}{2}$  (۵)  $\frac{3}{4}$

۱۵ قطرهای  $AC$  و  $BD$  از چهارضلعی  $ABCD$  در نقطه  $P$  با یکدیگر برخورد کرده‌اند. اگر  $\widehat{BAD}+\widehat{ACB}=180^\circ$ ،  $AB=6$ ،  $BC=3$ ،  $AC=5$  و  $AD=4$ ، مقدار  $\frac{DP}{BP}$  چقدر است؟

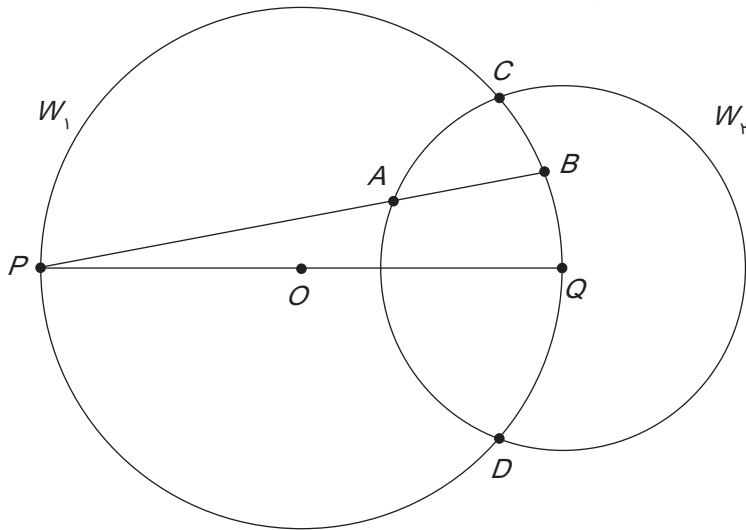
- (۱)  $\frac{6}{5}$  (۲)  $\frac{7}{6}$  (۳)  $\frac{8}{7}$  (۴)  $\frac{9}{8}$  (۵)  $\frac{10}{9}$

۱۶ مانند شکل زیر، درون یک مثلث قائم‌الزاویه، ۲۵ دایره مماس به شعاع ۱ قرار داده‌ایم. شعاع دایره محاطی این مثلث چقدر است؟



- (۱)  $\frac{\sqrt{1450}}{2}$   
 (۲)  $\frac{\sqrt{1485}}{2}$   
 (۳)  $24 - 13\sqrt{2}$   
 (۴)  $25 - 2\sqrt{338}$   
 (۵)  $23 - 12\sqrt{3}$

۱۷ در شکل زیر،  $PQ$  قطر دایره  $W_1$  و نقطه  $Q$  مرکز دایره  $W_2$  است. اگر  $BD \times BC = 2$ ، طول پاره خط  $AB$  چقدر است؟



- (۱)  $\frac{1}{2}$   
 (۲) ۲  
 (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (۴)  $\sqrt{2}$   
 (۵)  $2\sqrt{2}$

۱۸ در مثلث  $ABC$ ، نقطه  $D$  وسط ضلع  $BC$  است و نقطه  $M$  روی پاره خط  $AD$  قرار دارد. امتداد  $BM$  ضلع  $AC$  را در نقطه  $N$  قطع کرده است.  $AB$  بر دایره محیطی مثلث  $BCN$  مماس است. اگر  $BC=8$  و  $BN=6$ ، طول پاره خط  $BM$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{50}{3}$     (۲)  $\frac{75}{8}$     (۳)  $\frac{9}{16}$     (۴)  $\frac{16}{9}$     (۵)  $\frac{96}{25}$

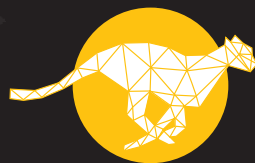
۱۹ نقطه  $P$  درون چهارضلعی محدب  $ABCD$  با مساحت ۱۶۸ قرار دارد به طوری که  $PA=9$ ،  $PB=PD=12$  و  $PC=5$ . محیط  $ABCD$  چقدر است؟

- (۱) ۳۸    (۲) ۵۶    (۳) ۵۸    (۴) ۶۰    (۵) ۶۲



۲۰ در مثلث  $ABC$ ،  $\widehat{B} = 40^\circ$  و  $AB + BC = 2AC$ . نقطه‌های  $K$  و  $M$  به ترتیب وسط ضلع‌های  $AB$  و  $BC$  هستند و  $BL$  نیمساز زاویه  $ABC$  است. مقدار زاویه  $KLM$  چقدر است؟

- ۷۰° (۵)      ۶۰° (۴)      ۴۵° (۳)      ۴۰° (۲)      ۳۰° (۱)



چالش‌هندسة چيتا

**cgc-official.ir**

تهران، ميدان فاطمي، خيابان جويبار، خيابان ميرهادي شرقي

پلاک ۱۴ کد پستی: ۱۴۱۵۸۸۴۷۴۱

تلفن: ۸۸۹۴۵۵۴۵ (۲۰ خط)      نماير: ۸۸۹۴۴۰۶۲